数学 I　数と式 【解答・解説】

練習問題①【解答】

(1)x^{24}　(2)$12x^5y^6$　(3)$4\sqrt{2}$　(4)1　(5)t^2s^2　(6)2^{99}

(7)$x\sqrt{1+x}(x \geq -1)$

(1)$(a^m)^n = a^{mn}$ を利用して $\{(x^2)^3\}^4 = x^{2\times3\times4} = x^{24}$
(2)$a^m \times a^n = a^{m+n}$ を利用する。$4x^2y \times 3x^3y^3 = 4 \times 3 \times x^2 \times x^3 \times y \times y^5 = 12 \times x^{2+3} \times y^{1+5}$
(3)$(\sqrt{2})^5 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
(4)$a^0 = 1$ を利用する。a がどんな数だろうと 0 乗は 1 になる。
(5)$a^m \div a^n = a^{m-n}$ また $a^m \times \frac{1}{a^n} = a^{m-n}$ を利用する。すると $t^5 \times \frac{1}{t^3} = t^2$ 問題はさらにそれに s^2 を掛けるので t^2s^2
(6)$2^{100} = 2 \times 2^{99}$ であることを利用すると $2 \times 2^{99} - 2^{99}, 2^{99}$ を x とおくと $2x - x = x, x = 2^{99}$ より答えは 2^{99}。不思議！
(7)$\sqrt{a}$ の中の a は数学 I の範囲では 0 より小さい数にならず、$\sqrt{-1}$ を考えない。よって $x \geq -1$ である。

練習問題②【式の展開 (基礎)】

(1) $a^2 \pm 2ab + b^2$　(2) $a^3 + b^3$　(3) $a^2 - b^2$　(4) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(5) $acx^2 + (ad + bc)x + bd$　(6) $x^2 + (a + b)x + ab$　(7)$x^2 + 10x + 25 - 4y^2$

(8) $x^8 - 16$　(9)$a^4 - 2a^2b^2 + b^4$　(10)$25a^2 + 9v^2 + 4c^2 + 30ab + 12bc + 20ac$

(1) すぐに展開できるようにしておくべき。$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
(2) 大学受験においては頻出。普通に計算してもいいが覚えてると計算が速くなる。
(3) 暗記必須。
(4) 覚えておくと 3 桁の数の暗算が速くなる。
ex)$111^2 = 100^2 + 10^2 + 1^2 + 2 * 100 * 10 + 2 * 10 * 1 + 2 * 1 * 100 = 12321$
(5) これは覚えていなくても良いが、必ず展開できるようにしておく。
(6) 暗記必須。
(7)$X = x + 5$ とおくと、$(X - 2y)(X + 2y) = X^2 - 4y^2.X = x + 5$ より $X^2 - 4y^2 = (x + 5)^2 - 4y^2 = x^2 + 10x + 25 - 4y^2$
(8) 前から $(a + b)(a - b)^2$ を利用して展開すればよい。
(9)$(a + b)^2(a - b)^2 = (a + b)(a + b)(a - b)(a - b)$ 外側と内側を計算すると $(a^2 - b^2)(a^2 - b^2) = (a^2 - b^2)^2$ となる。

練習問題②の (1) の公式を利用すると、$a^4 - 2a^2b^2 + b^4$ となる。
(10) 前の (4) の公式を利用すると簡単に計算できる。

練習問題③【式の展開 (応用)】

(1)$a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$ (2)$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (3)$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4^xy^3 + y^4$

(4)$|x + y|$ (5)$5 + 2\sqrt{6}$ (6)3025 (7)$x + y(x + y \geq 0)$

(1)$(a + b + c+)^2$ の応用。マイナスの数はマイナスを二回かけると消えるので $-b$ が一回掛かってる項がマイナスになる
(2) これも覚えておいて損はない。数学 II では $(a + b)^5, (a + b)^20$ 等をさっと求める学習をする。
(3) ひとつ前の問題と同様。
(4) 今までの公式に具体的な数を当てはめた。$(\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$。
(5) 具体的な数による応用。$55 = 50 + 5$ を利用すると
$(50 + 5)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 5 + 5^2 = 2500 + 500 + 25 = 3025$
(6)$\sqrt{a}$ の中身は 0 より小さくならないので $x + y \geq 0$。そのうえで二乗すると根号が外れる。